

普通物理实验报告

测量金属的杨氏模量

姓 名:

学 号:

指导老师:

序号;

二〇二四年 10 月

一、 数据及处理

1、 CCD 成像系统测定杨氏模量

(1) 采用逐差法进行分析

实验数据如下：

表 1.1.1 测量金属丝受外力拉伸后的伸展变化数据表

i	每个砝码的质量 m_i/g	总的砝码的质量 M_i/g	r_i/mm	r'_i/mm	\bar{r}/mm	$\delta L = (\bar{r}_{i+5} - \bar{r}_i)/5$
0	0	0	4.75	4.74	4.745	0.159
1	199.63	199.63	4.50	4.46	4.48	0.131
2	200.08	399.71	4.32	4.30	4.31	0.119
3	199.84	599.55	4.18	4.18	4.18	0.116
4	199.95	799.50	4.05	4.06	4.0555	0.111
5	199.64	999.14	3.95	3.95	3.95	
6	200.05	1199.19	3.82	3.83	3.825	
7	200.00	1399.19	3.71	3.72	3.715	
8	200.01	1599.20	3.60	3.60	3.6	
9	199.96	1799.16	3.50	3.50	3.5	

表 1.1.2 测量金属丝直径数据表

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\bar{d}' \pm \sigma_{d'}$
d'/cm	0.032 0	0.031 9	0.031 9	0.031 8	0.032 0	0.031 8	0.031 9	0.031 9	0.031 9	0.031 8	0.03189 ± 0.00002

螺旋测微器零点读数：-0.0003cm

修正零点后的直径平均值为 $\bar{d} = 0.03159\text{cm}$,

$$\text{考虑螺旋测微器的允差后, } \sigma_d = \sqrt{\sigma_{d'}^2 + \frac{e_d^2}{3}} = 0.0002\text{cm}$$

所以: $d = \bar{d} \pm \sigma_d = (0.0316 \pm 0.0002)\text{cm}$

金属丝长度 $L = 75.50\text{cm}$, $e_L = 0.15\text{cm}$

通过计算得出: $\bar{\delta L} = 0.1272\text{mm}$, $\sigma_{\delta L} = 0.008\text{mm}$, $\bar{m} = 199.907\text{g}$, $\sigma_m = 0.05\text{g}$

$$E = \frac{4\bar{m}gL}{\pi\bar{d}^2\delta L} = 1.48 \times 10^{11} Pa$$

由于 $\frac{\sigma_E}{E} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{\bar{m}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\sigma_d}{\bar{d}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\delta L}}{\delta L}\right)^2}$,

计算得到 $\sigma_E = 0.09 \times 10^{11} Pa$

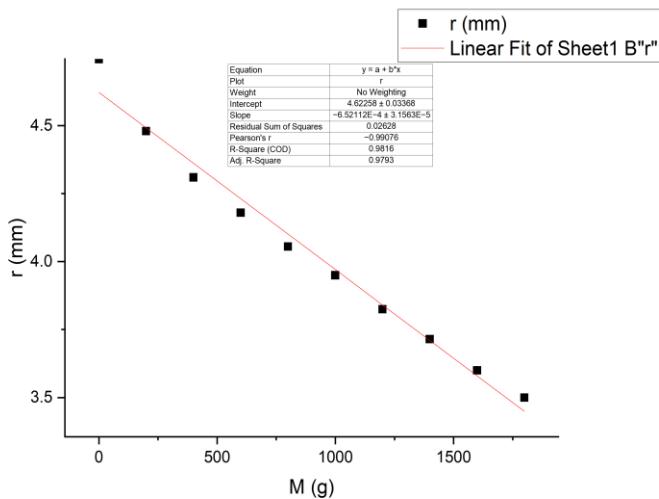
因此：

$$E \pm \sigma_E = (1.48 \pm 0.09) \times 10^{11} Pa$$

(2) 采用最小二乘法进行分析：

根据实验数据，画出金属丝对应读数 r 与砝码总质量 M 的关系图，如下：

图 1.1.1 金属丝对应读数 r 与砝码总质量 M 的关系



根据拟合结果， $|k| = 6.5 \times 10^{-4} mm/g$, $\sigma_k = 0.3 \times 10^{-4} mm/g$, 考虑到 $|k| = \frac{\delta L}{m}$,

于是有：

$$E = \frac{4gL}{\pi\bar{d}^2|k|} = 1.45 \times 10^{11} Pa$$

由 $\frac{\sigma_E}{E} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\sigma_d}{\bar{d}}\right)^2}$,

得到 $\sigma_E = 0.07 \times 10^{11} Pa$,

因此：

$$E \pm \sigma_E = (1.45 \pm 0.07) \times 10^{11} Pa$$

2、光杠杆装置测定杨氏模量

(1) 采用逐差法进行分析

表 1.2.1 测量金属丝受外力拉伸后的伸展变化数据表

i	每个砝码的质量 m_i/g	总的砝码的质量 M_i/g	r_i/cm	r'_i/cm	\bar{r}/cm	$\delta L = (\bar{r}_{i+5} - \bar{r}_i)/5$
0	0	0	5.1	5.1	5.1	0.334
1	199.81	199.81	5.5	5.48	5.49	0.322
2	199.86	399.67	5.8	5.8	5.8	0.32
3	199.97	599.64	6.15	6.13	6.14	0.313
4	200.15	799.79	6.45	6.45	6.45	0.32
5	199.77	999.56	6.76	6.78	6.77	0.306
6	200.25	1199.81	7.1	7.1	7.1	
7	199.94	1399.75	7.4	7.4	7.4	
8	200.02	1599.77	7.71	7.7	7.705	
9	199.80	1799.57	8.05	8.05	8.05	
10	199.89	1999.46	8.30	8.3	8.3	

表 1.2.2 测量金属丝直径数据表

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\bar{d}' \pm \sigma_{d'}$
d'/cm	0.032 0	0.031 8	0.031 7	0.031 9	0.031 8	0.031 9	0.032 0	0.032 0	0.032 0	0.031 8	0.03189 ± 0.00003

螺旋测微器零点读数: $-0.0005cm$,

修正零点后的直径平均值为 $\bar{d} = 0.03139cm$,

$$\text{考虑螺旋测微器的允差后, } \sigma_d = \sqrt{\sigma_{d'}^2 + \frac{e_d^2}{3}} = 0.0002cm$$

金属丝长度 $L = 74.50cm$, $e_L = 0.15cm$

直立平面镜底板到足尖到刀口的距离 $D = 9.10cm$, $e_D = 0.01cm$

平面镜到望远镜的距离 $R = 135.00cm$, $e_R = 0.15cm$

通过计算得出, $\overline{\delta L} = 0.319\text{cm}$, $\overline{\sigma_{\delta L}} = 0.004\text{cm}$, $\bar{m} = 199.946g$, $\sigma_m = 0.05g$

$$E = \frac{8FLR}{\pi \bar{d}^2 D \overline{\delta L}} = 1.75 \times 10^{11} \text{Pa}$$

$$\text{由于 } \frac{\sigma_E}{E} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{\bar{m}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\sigma_d}{\bar{d}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\delta L}}{\overline{\delta L}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2},$$

计算得到 $\sigma_E = 0.02 \times 10^{11} \text{Pa}$

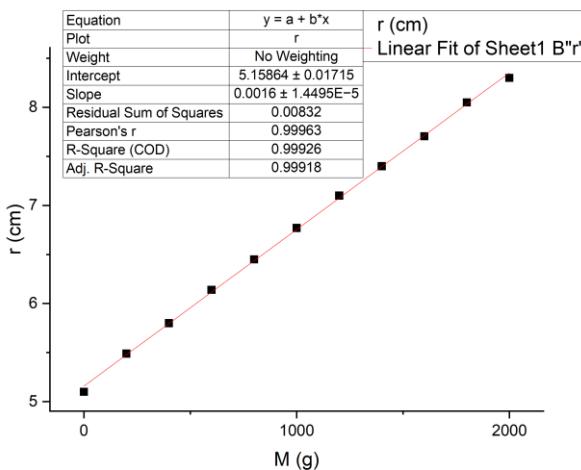
所以得到:

$$E \pm \sigma_E = (1.75 \pm 0.02) \times 10^{11} \text{Pa}$$

(2) 采用最小二乘法进行分析

根据实验数据, 画出竖尺对应读数 r 与砝码总质量 M 的关系图, 如下:

图 1.2.1 竖尺对应读数 r 与砝码总质量 M 的关系



根据拟合结果, $|k| = 0.0016 \text{cm/g}$, $\sigma_k = 1.4495 \times 10^{-5} \text{cm/g}$, 考虑到 $|k| = \frac{\delta L}{m}$,

$$E = \frac{8gLR}{\pi \bar{d}^2 D |k|} = 1.749 \times 10^{11} \text{Pa}$$

$$\text{由于 } \frac{\sigma_E}{E} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\sigma_d}{\bar{d}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2}, \text{ 计算得到 } \sigma_E = 0.03 \times 10^{11} \text{Pa}$$

所以得到:

$$E \pm \sigma_E = (1.75 \pm 0.03) \times 10^{11} \text{Pa}$$

二、实验讨论

1、误差的主要来源

(1) 对 CCD 法用逐差法进行分析:

$$\frac{\sigma_m}{\bar{m}} = 2.5 \times 10^{-4}, \quad \frac{\sigma_L}{L} = 1.15 \times 10^{-3}, \quad \frac{2\sigma_d}{\bar{d}} = 0.01, \quad \frac{\sigma_{\delta L}}{\delta L} = 0.06$$

(2) 对 CCD 法用最小二乘法进行分析:

$$\frac{\sigma_k}{k} = 0.05, \quad \frac{\sigma_L}{L} = 1.15 \times 10^{-3}, \quad \frac{2\sigma_d}{\bar{d}} = 0.01$$

(3) 对光杠杆法用逐差法分析:

$$\frac{\sigma_D}{D} = 6.3 \times 10^{-4}, \quad \frac{\sigma_R}{R} = 6 \times 10^{-4}, \quad \frac{\sigma_{\delta L}}{\delta L} = 0.012, \quad \frac{2\sigma_d}{\bar{d}} = 0.013, \quad \frac{\sigma_L}{L} = 1.16 \times 10^{-3}, \quad \frac{\sigma_m}{\bar{m}} = 2.5 \times 10^{-4}$$

(4) 对光杠杆法用最小二乘法分析:

$$\frac{\sigma_D}{D} = 6.3 \times 10^{-4}, \quad \frac{\sigma_R}{R} = 6 \times 10^{-4}, \quad \frac{\sigma_k}{k} = 9 \times 10^{-3}, \quad \frac{2\sigma_d}{\bar{d}} = 0.013, \quad \frac{\sigma_L}{L} = 1.16 \times 10^{-3}$$

总结: 经过分析可知, 误差主要来源于金属丝半径的测量和 CCD 法测量时金属丝所在位置的读数。

并且在金属丝半径的测量误差中, 螺旋测微器的允差对误差的影响很大。为了尽可能减小实验误差,

可以采用更加精确的仪器测量钢丝的直径。

2、实验结果和理论的差异

差异: 理论上, 用 CCD 装置测杨氏模量时, 每增加或减去一个砝码, 金属丝对应的读数变化量应该大约相等。然而, 对 CCD 法的数据进行分析, 发现: 实验编号为 0~4 组的 \bar{r} 与前一组的 \bar{r} 的差值波动较大, 总体来说 $(\bar{r}_{i+1} - \bar{r}_i)$ ($i = 0, 1, 2, 3, 4$) 呈现递减的趋势, 和理论有较大的出入; 直到编号为 5 的实验数据之后, $(\bar{r}_{i+1} - \bar{r}_i)$ 才稳定在 0.1mm 附近, 与理论符合得较好。

解释: 观察钢丝, 发现钢丝有多处存在微微弯曲的情况。刚开始 $(\bar{r}_{i+1} - \bar{r}_i)$ 的差值比稳定时大, 可能是由于刚开始钢丝的形变除了有与砝码施加的外力平衡的作用外, 还被用于拉伸钢丝、使得其弯曲的地方变直。

3. 实验中出现的问题及解决方案

在做光杠杆法测量杨氏模量的实验时, 我多次遇到了这样的情况: 在所用砝码数量相同的情况下, 增添砝码的过程和减少砝码的两个过程所对应的竖尺的读数相差很大的情况。由于在增添砝码的过程中, 数据较为符合实验理论, 因此排除钢丝本身存在问题的可能。在老师的帮助下, 在调整支架竖直、调整制动装置松紧适当等多种操作均无果后, 发现原因在于光杠杆杆臂和平面镜处未连接牢固, 导致杆臂处出现松动, 使得实验数据出现偏差。在增添砝码的过程中, 操作对实验装置的晃动较小; 而在

移除砝码的过程中，操作会导致实验装置产生较大的晃动，此时，若光杠杆杆臂和平面镜处未连接牢固，则光杠杆足尖所在的位置不确定，会对竖尺的读数造成较大的影响。

三、 收获与感悟

在采用光杠杆法测量的时候，在此前多次寻求老师帮助的情况下，多次的实验测量数据仍然和理论值偏离较大，我拥有了放弃的冲动。此时，老师仍然耐心地帮助我调整实验仪器，最终发现问题的症结在于光杠杆杆臂和平面镜处未连接牢固这一细节上。调整之后，我的数据终于和理论符合得较好。经过此次实验，我领悟到以下几点：

- ① 在一切测量开始前要检查实验装置是否已经就绪，否则后续做的实验将会成为无用功。
- ② 做实验要耐心、细心，细节决定成败，遇到问题不要轻言放弃，而应该严谨细致排查问题。
- ③ 在实验过程中及时通过实验数据调整实验装置或者实验方案，灵活应变。